**Vyšetřování lokálních a globálních extrémů** – zatím jednodušší příklady:

1. Vyšetřete na množině $M$ globální a lokální extrémy následujících funkcí:

a) $f(x,y)=x^3+8y^3-6xy+5$ , $M=R^2$ ;
b) $f(x,y)=12xy-x^2y-xy^2$, $M=R^2$;
c) $f(x,y)=(x-y)^2+(y-1)^3$, $M=R^2$;
d) $f(x,y)=x^2+y^2-2y$ , $M=R^2$;
e) $f(x,y)=x^4+y^4-x^2-2xy-y^2$, $M=R^2$;
f) $f(x,y)=\sin(x^2+y^2)$, $M=R^2$;
g) $f(x,y)=(x^2+y^2)\cdot e^{-(x^2+y^2)}$, $M=R^2$;
h) $f(x,y)=xy\ln(x^2+y^2)$, $M=R^2-\{(0,0)\}$.

2. Vyšetřete globální extrémy funkce $f(x,y)$ na množině $M$, je-li:

a) $f(x,y)=x^2y(4-x-y)$, $M=\{(x,y);x\geq 0,y\geq 0,x+y\leq 6\}$ ;
b) $f(x,y)=xy^2$ , $M=\{(x,y);\ x^2+y^2\leq 1\}$ ;
c) $f(x,y)=x^2+y^2-2y$, $M=\{(x,y);\ x^2\leq y\leq 4\}$ ;
d) $f(x,y)=xy$ , $M=\{(x,y);\ x^2+y^2\leq 1\}$ ;
e) $f(x,y)=6-4x-3y$ , $M=\{(x,y);\ x^2+y^2\leq 1\}$ .

**Vyšetřování lokálních, globálních a vázaných extrémů funkce** – další příklady:

1. Vyšetřete na množině $M$ lokální (případně i globální) extrémy následujících funkcí:

   a) $f(x,y,z) = -x^3 + 6xz + 2y - y^2 - 6z^2$ , $M = R^3$ ;

   b) $f(x,y,z) = x^4 + y^4 - x^2 - 2xy - y^2 + z^2$, $M = R^3$;

   c) $f(x,y,z) = x^3 + y^2 + \dfrac{z^2}{2} - 3xz - 2y + 2z$ , $M = R^3$;

   d) $f(x,y,z) = x^3 + y^3 + z^3 - 3(xy + xz + yz)$, $M = R^3$;

   e) $f(x,y,z) = 2x^2 + y^2 + 2z - xy - xz$ , $M = R^3$.

2. Vyšetřete globální extrémy funkce $f(x,y)$ na množině $M$, je-li:

   a) $f(x,y) = x^2 + y^2 - 2x + 4y$, $M = \left\{(x,y) \in R^2;\ x^2 + y^2 \le 25\right\}$ ;

   b) $f(x,y) = (x+y)\cdot e^{-(x^2+y^2)}$, $M = \left\{(x,y) \in R^2;\ x^2 + y^2 \le 1 \wedge |x| \le y+1\right\}$;

   c) $f(x,y) = x^2 - y^2$, $M = \left\{(x,y) \in R^2;\ 2x - y + 1 = 0\right\}$

   d) $f(x,y,z) = x + y + z$ , $M = \left\{(x,y,z) \in R^3; x^2 + y^2 \le z < 1\right\}$

   e) $f(x,y,z) = x - 2y + 2z$ , $M = \left\{(x,y,z) \in R^3;\ x^2 + y^2 + z^2 = 1\right\}$

   f) $f(x,y,z) = xy + z^2$, $M = \left\{(x,y,z) \in R^3;\ x^2 + y^2 + z^2 \le 1 \wedge x \ge 0\right\}$;

   g) $f(x,y,z) = xy + z^2$, $M = \left\{(x,y,z) \in R^3;\ x^2 + y^2 + z^2 = 1 \wedge x + y + z = 0\right\}$;

3. Při jakých rozměrech má pravoúhlá vana daného objemu $V$ nejmenší povrch?

4. Najděte bod množiny $M$, který je nejblíže počátku, je-li
   $M = \left\{(x,y,z) \in R^3;\ x^2 + y^2 + 2z^2 = 4 \wedge xy = 2\right\}$.

5. Najděte vzdálenost dvou parabol o rovnicích $y = -x^2$ a $y = (x-6)^2$ .